

# 吴文俊先生与混合计算

■ 支丽红

符号和数值混合算法的研究是近二十年来方兴未艾的重要研究方向。吴文俊先生早在上世纪九十年代初期就指出符号计算和数值计算是两种不同的解决科学和技术发展中问题的计算方法。符号计算可以得到问题精确的完备解，但是计算量大且表达形式往往十分庞大；数值计算可以快速地处理很多实际应用中的问题，但是一般只能得到近似的局部解。最典型的例子是解多元多项式方程组的问题。如果多项式的系数是实数或复数，那么用符号来替代这些实数或复数，会导致符号计算过程中出现的表达式迅速膨胀，需要的存储空间增加，计算速度降低，因而远远达不到实际应用的需求。如果用有理数来近似地表示这些实数和复数，我们就必须分析有理数表示产生的误差对计算结果的影响。在1993年的数学机械化中心研究预印本中，吴文俊先生首次给出了近似数的一种符号表达方式，并阐述了如何通过近似

数的正确表示，稳定地求解非线性方程组以及多元多项式的近似因式分解。吴文俊先生指出：用数值代替文字符号时，我们必须进行误差估计和控制，以确保符号和数值混合计算算法的稳定性和结果的有效性。据我所知，这是国际上最早明确提出的混合算法之一。

吴文俊先生在《21世纪100个交叉科学难题》中更强调：设计一种混合算法，在计算过程中不时切换两种计算方法，使之既有两种计算之长，又避两种计算之短，应是解决目前计算上困难的一种适当途径。混合计算是一个既有理论依据又能实际运用的一个值得考虑的问题。

我是从1993年读了吴文俊先生的关于多项式方程组混合计算，开始关注符号和数值混合计算的。最初的研究只是把吴先生的想法在Maple中实现了并测试了一些实例。吴文俊先生却对我的研究成果很重视，并且希望我能在今后的研究中把符号和数值混合计算作为重点方向研究。吴文俊先生还多次在各种报告和会议中介绍我的工作，并尽可能为我提供各种国际交流和进修的机会，让我接触国际上符号和数值混合计算的最新进展和成果。吴文俊先生还鼓励我和数值计算专家吴文达先生合作，共同推动国内混合计算的发展。吴文俊先生自己也一直孜孜不倦地在混合计算领域辛勤耕耘，在八十高龄时，还提出了多项式全局最优的有限核理论，并致力于将其应用于一些有实际应用背景的优化问题的研究。吴文俊先生也很支持我运用不同的数学方法来研究多项式的优化问题，而从来不要我运用他的方法和理论去做研究。正是因为吴文俊先生的豁达和远见，促使我在基本代数计算的混合算法、求解数值多项式方程组的混合算法、有理函数全局最优解的可信验证方面取得了一些成果，在Maple和Matlab实现了比较高效的符号数值混合计算软件包，用于多项式近似因式分解、最大公因子计算、多项式方程组求解、重根精化、有理函数全局最优解的计算和可信验证等。

随着计算机计算能力的提高和科学技术的高速发展对高可信计算的迫切需求，符号和数值混合计算的研究也越来越受到重视，它的研究领域也越来越广，不仅涉及到数值最优化方法、组合方法、结构矩阵扰动和概率理论，而且和区间计算、可验证计算、随机计算和几何计算等很多其他研究领域密切相关。2005年，我还参与成立了国际符号与数值混合计算协会，创办了符号与数值混合计算国际系列会议SNC，至今已经举办了三届，影响不断扩大。我们希望继续努力，进一步推动符号和数值混合计算的研究和发展，应用混合计算解决一些单纯用符号计算或数值计算无法获得解决的实际应用问题。

（作者为中科院数学与系统科学研究院研究员）